

华师导航教育校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试 2013 年真题

数 学 试 题

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把所选出的字母填在题后的括号内。

- 若多项式 $x^3 - 2x + c$ 有因式 $x - 1$, 则 $c =$ _____
 A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
- 设 $z = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$, 设 $\bar{z} = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$, 则 $|z| =$ _____
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2}$
- 斜率为 k ($k > 0$) 的直线沿 x 轴的正方向平移 5 个单位, 平移后的直线与原直线之间的距离为 4, 则 $k =$ _____
 A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{5}$
- 设 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 在 $(a, +\infty)$ 上为增函数, 则 a 的取值范围为 _____
 A. $[1, +\infty)$ B. $(-\infty, 3]$ C. $[-1, +\infty)$ D. $(-\infty, -3]$
- 已知 $\tan x = \frac{2a}{a^2 - 1}$, 其中常数 $a \in (0, \pi)$, 则 $\cos x =$ _____
 A. $\frac{-2a}{a^2 + 1}$ B. $\frac{2a}{a^2 + 1}$ C. $\frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ D. $\frac{-a^2 + 1}{a^2 + 1}$
- 3 位男同学与 2 位女同学排成一列, 其中女同学相邻的不同排法共有 _____
 A. 48 种 B. 36 种 C. 24 种 D. 18 种
- 已知向量 \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} 不共线, $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$, 则向量 $\overrightarrow{OM} =$ _____
 A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{4}{3}\overrightarrow{OB}$ B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} - \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$
- 焦点为 $(2, 0)$, 准线为 $x = -1$ 的抛物线方程为 _____
 A. $y^2 = -6x + 3$ B. $y^2 = 6x + 3$ C. $y^2 = -6x - 3$ D. $y^2 = 6x - 3$
- 等比数列的前 n 项和 $s_n = ab^n + c$, 其中 a, b, c 为常数, 则 _____
 A. $a + b = 0$ B. $b + c = 0$ C. $a + c = 0$ D. $a + b + c = 0$
- 3 种颜色的卡片各 5 张, 从中随机抽取 3 张, 则 3 张卡片颜色相同的概率为 _____

- A. $\frac{6}{91}$ B. $\frac{12}{91}$ C. $\frac{8}{273}$ D. $\frac{16}{273}$

11. 设函数 $f(x) = \cos(\sin x)$. 则下列结论正确的是_____

- A. $f(x)$ 的定义域是 $[-1, 1]$ B. $f(x)$ 的值域是 $[-1, 1]$
 C. $f(x)$ 是奇函数 D. $f(x)$ 是周期为 π 的函数

12. 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 当以 A, B, C, D 为顶点的三棱锥体积最大时, 直线 BD 和平面 ABC 所成的大小为_____

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分。把答案填在题中横线上。

13. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $s_n = 2n^2 - 2n$, 则 $a_n =$ _____.

14. 不等式 $\lg(x^2 - x - 2) > 1$ 的解集为_____

15. 设长方形 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 1, E, F, G 分别为 AB, AD, AA_1 的中点, 则三棱锥 $A - EFG$ 的体积为_____

16. 曲线, $y = x \cos x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____

17. 关于 x 的方程 $x^2 + ax + 2 = 0$ 与 $x^2 - 2x - a = 0$ 有且仅有一个公共的实根, 则 $a =$ _____

18. 在空间直角坐标系中, 已知 $A(3, 0, a)$, $B(0, 3, -2)$, $C(1, 1, -1)$, 若平面 ABC 过坐标原点, 则 $a =$ _____

三：解答题：本大题共 4 小题；每小题 15 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

19. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{\sin B}{\sin A}$, 且 $a < b$

(1) 证明 $\triangle ABC$ 为直角三角形

(2) 若 CD 为 AB 边上的高, 且 $CD=3\sqrt{2}$, $AD=2DB$, 求 a 、 b 、 c

20. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-1$, 且 $a_{n+1}=2a_n+3$

(1) 证明 $\{a_n+3\}$ 是等比数列

(2) 设 $b_n = \frac{1}{\log_2(a_n+3)\log_2(a_{n+1}+3)}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n

21. 设椭圆 C 的中心在坐标原点, 一个焦点为 $F(2\sqrt{6}, 0)$, C 与 x 轴正半轴焦点为 A , 与 y 轴正半轴焦点为 B , $|BF|=5$

(1). 求 C 的方程

(2). 求 C 上一点 P , 使得 $\triangle ABP$ 的面积为 3

22. 设函数 $f(x)=2e^x(x-1)-ax^2$

(1) 若对任意 $x \geq 0$, $f'(x) \geq 0$, 求 a 的取值范围

(2) 求 $f(x)$ 的极值