

2023 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试题目

数学

一、选择题 (5*12=60 分)

1、集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{2k | k \in A\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{0\}$ (B) $\{0, 2\}$ (C) $\{-2, 0\}$ (D) $\{-2, 0, 2\}$

2、已知 $(2+i)\bar{z} = 5+5i$, 则 $|z| =$ ()

- (A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) $5\sqrt{2}$ (D) $5\sqrt{5}$

3、设向量 $\vec{a} = (2, x+1)$, $\vec{b} = (x-2, -1)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $x =$ ()

- (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 0

4、不等式 $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1}$ 的解集为 ()

- (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(0, 1)$ (D) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

5、抛物线 $C: y^2 = 2px$ 过点 $(1, \sqrt{3})$, 则 C 的焦点坐标为 ()

- (A) $\left(\frac{\sqrt{3}}{12}, 0\right)$ (B) $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$ (C) $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ (D) $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

6、长方体的对角线长为 1, 表面积为 1, 若该长方体有一面为正方形, 则该长方体的体积为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{108}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{27}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{9}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{6}$

7、已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ 在 $x = 1$ 处取得极小值 1, 则 $b =$ ()

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

8、已知函数 $f(x) = \sin\left(2\pi x - \frac{\pi}{5}\right)$, 则 $f(x)$ 在 ()

- (A) 区间 $\left(-\frac{3}{20}, \frac{7}{20}\right)$ 上单调递增 (B) 区间 $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3}{10}\right)$ 上单调递增

- (C) 区间 $\left(\frac{3}{10}, \frac{4}{5}\right)$ 上单调递减 (D) 区间 $\left(\frac{3}{20}, \frac{13}{20}\right)$ 上单调递减

9、若 $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 4$ ，且 $x > 0$ ，则 $x =$ ()

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

10、 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $S_9 = 81$ ， $a_2 = 3$ ，则 $a_{10} =$ ()

- (A) 2 (B) 11 (C) 15 (D) 19

11、已知 O 为坐标原点，点 P 在圆 $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 上，直线 OP 与圆 C 相切，则 $|OP| =$ ()

- (A) 1 (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{14}$

12、在 2、3、5、6 中任取 2 个不同数字，其乘积能被 3 整除的概率是 ()

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{6}$

二、填空题 (5*6=30 分)

13、曲线 $y = 2\ln x + x^2$ 在 $(1,1)$ 处切线方程为_____.

14、若双曲线 C 的焦点在 x 轴上，渐近线为 $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$ ，则 C 的离心率为_____.

15、已知 $\sin 2\theta = -\frac{1}{3}$ ，若 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{4}$ ，则 $\tan \theta =$ _____.

16、已知函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ ，则 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ 上的最大值为_____.

17、在 $\triangle ABC$ 中， $A = 2B$ ， $BC = 6$ ， $AC = 4$ ，则 $\cos B =$ _____.

18、设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，且 $f(x+4) = f(x)$ ，若 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 6$ ，则 $f(-3) =$ _____.

三、解答题 (15*4=60 分)

19、在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC = 1$, $AA_1 = \sqrt{2}$, $\angle CAB = 120^\circ$, 求

(1) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的体积; (2) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的表面积.

20、记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_3 = 21$, $S_6 = 189$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 令 $b_n = (-1)^n a_n$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

21、盒中有4个球，分别标有数字1、1、2、3，从中随机取2个球.

(1) 求取到2个标有数字1的球的概率;

(2) 设 X 为取出的2个球上的数字之和，求随机变量 X 的分布列及数学期望.

22、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，直线 $y = \frac{1}{2}$ 交 C 于 A 、 B 两点， $|AB| = 3\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 记 C 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过 F_1 斜率为1的直线交 C 于 G 、 H 两点，求 ΔF_2GH 的周长.